

# Evolutionäre Algorithmen: Weitere Standardalgorithmen

Karsten Weicker

HTWK Leipzig

5. Januar 2013

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

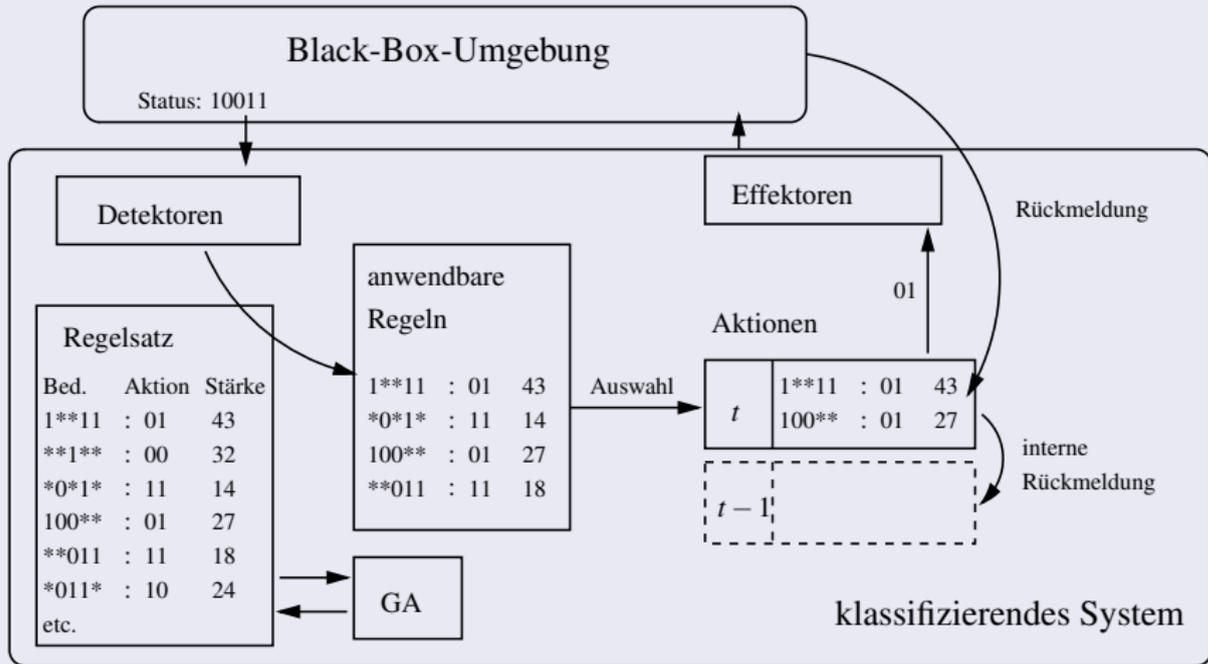
# Klassifizierende Systeme

## Situation

- technisches System soll geregelt werden
- Detektoren beobachten den Zustand des Systems
- Effektoren beeinflussen den Zustand
- gelegentliche kommt eine Rückmeldung, wie gut das System geregelt wird

# Klassifizierende Systeme

## Grundidee



# Klassifizierende Systeme

## Definition: Regeln

- Regel  $reg = (reg.b, reg.a, reg.s) \in \text{Bedingung} \times \text{Aktion} \times \mathbb{R}$  mit
  - Bedingung  $reg.b \in \text{Bedingung} = \{0, 1, *\}^l$
  - Aktion  $reg.a \in \text{Aktion} = \{0, 1\}^m$
  - Stärke  $reg.s \in \mathbb{R}$
- Regelsatz:  $regeln \subset \text{Bedingung} \times \text{Aktion} \times \mathbb{R}$

# Klassifizierende Systeme

## Definition: Anwendbare Regeln

- Regel aus *regeln* ist anwendbar unter Statusmeldung  $\nu \in \text{Status} = \{0, 1\}^l$ , wenn die Bedingung passt.

$$\text{aktiv}(\nu) = \left\{ \text{reg} \in \text{regeln} \mid \bigwedge_{i=1}^l (\text{reg}.b_i \neq * \Rightarrow \text{reg}.b_i = \nu_i) \right\}.$$

# Klassifizierende Systeme

## Definition: Auswahlwahrscheinlichkeit

- aktive Regeln  $aktiv(\nu)$  liegen vor
- mögliche Reaktionen:  
 $aktion(\nu) = \{reg.a \mid reg \in aktiv(\nu)\}$
- anwendbare Regeln für  $x \in aktion(\nu)$ :  
 $aktiv'(\nu, x) = \{reg \in aktiv \mid reg.a = x\}$
- fitnessproportionale Auswahlwahrscheinlichkeit:

$$Pr[x|\nu] = \frac{\sum_{reg \in aktiv'(\nu, x)} reg.s}{\sum_{reg \in aktiv(\nu)} reg.s}$$

# Klassifizierende Systeme

## Definition: Modifikation der Stärke

- ausgeführte Regeln zur Zeit  $t$ :  $ausgef^{(t)}$
- Rückmeldung vom System:  $rück \in \mathbb{R}$
- Modifikation von  $reg \in ausgef^{(t)}$ :

$$reg.s \leftarrow (1 - \alpha) \cdot reg.s + \alpha \cdot \frac{rück}{\#ausgef^{(t)}}$$

- Modifikation von  $reg \in aktiv(\nu) \setminus ausgef^{(t)}$ :

$$reg.s \leftarrow (1 - \tau) \cdot reg.s$$

# Klassifizierende Systeme

## Definition: Modifikation der Stärke (Forts.)

- Modifikation der letzten Regeln  $reg \in ausgef^{(t-1)}$ :

$$reg.s \leftarrow reg.s + \alpha \cdot \beta \cdot \frac{\sum_{reg' \in ausgef^{(t)}} reg'.s}{\#ausgef^{(t-1)}}$$

# Klassifizierende Systeme

## Rolle des GA

- GA erzeugt neue Regeln im Regelsatz
- steady-state (nur zwei neue Individuen)
- mehrere Lernschritte wechseln mit einer „GA-Generation“
- Auswahl proportional zu Stärkewerten
- Crossover und Mutation, neue Stärke als Durchschnitt der elterlichen Stärke
- proportional zur inversen Stärke gewählte Individuen werden ersetzt

# Klassifizierende Systeme

## Typische Parameter

Parameter	Wertebereich
Populationsgröße:	400–5000
Lernrate $\alpha$ :	0.2
Dämpfungsfaktor $\beta$ :	0.71
Straffaktor $\tau$ :	0.1

# Klassifizierende Systeme

## Alternativen

- wesentliche bessere Mechanismen in Verfahren wie XCS
- Pittsburgh-CS (statt Michigan-CS):
  - Individuum = Regelsatz
  - Bewertung durch Simulation des zu regelnden Systems

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche**
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

# Tabu-Suche

## Grundlegendes

- lokales Sucheverfahren
- ähnelt dem Ablauf einer  $(1, \lambda)$ -Evolutionstrategie
- bei der Erzeugung neuer Individuen wird die „Geschichte“ berücksichtigt
- sog. *Tabu-Listen* verhindert Rückkehr zu gerade betrachteten Lösungskandidaten

# Tabu-Suche

## Technik

- Tabu-Liste: FIFO-Warteschlange fester Länge  
Einträge sind ganze Lösungskandidaten oder Aspekte
- Mutationen dürfen Tabu-Einträge nicht erzeugen
- Meist: FIFO-Liste mit erstrebenswerten Eigenschaften  
können ein Tabu brechen
- Auch möglich: neue beste Gesamtgüte bricht Tabu

# Tabu-Suche

## Beispiel

- Graphfärbung mit  $k$  Farben, sodass keine Kante zwischen gleich gefärbten Knoten ist

- $\Omega = \{1, \dots, k\}^n$



$$f(x) = \sum_{(v_i, v_j) \in E} \begin{cases} 1 & \text{falls } x_i = x_j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{wird minimiert}$$

- Mutation färbt  $v_i$  von  $c$  auf  $d$   
 $\Rightarrow$  Tabu-Eintrag  $(i, c)$

# Tabu-Suche

TABU-SUCHE( Zielfunktion  $F$  )

```

1   $t \leftarrow 0$ 
2   $A(t) \leftarrow$  erzeuge zufälligen Lösungskandidaten
3  bewerte  $A(t)$  durch  $F$ 
4   $bestInd \leftarrow A(t)$ 
5  initialisiere Tabu – Liste
6  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
7  do  $\lceil P \leftarrow \langle \rangle$ 
8      while  $\#P < \lambda$ 
9      do  $\lceil B \leftarrow$  MUTATION( $A(t)$ )
10         bewerte  $B$  durch  $F$ 
11         if  $(A(t), B) \notin$  Tabu – Liste oder  $B.F \succ bestInd.F$ 
12              $\lceil$  then  $\lceil P \leftarrow P \cup \langle B \rangle$ 
13          $t \leftarrow t + 1$ 
14          $A(t) \leftarrow$  bestes Individuum aus  $P$ 
15         if  $A(t).F \succ bestInd.F$ 
16             then  $\lceil bestInd \leftarrow A(t)$ 
17          $\lceil$  Tabu – Liste  $\leftarrow$  aktualisiere durch  $(A(t - 1), A(t))$ 
18 return  $bestInd$ 

```

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen**
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

# Memetische Algorithmen

## Motivation

- populationsbasierte Algorithmen
  - + breites Durchforsten des Suchraums
  - langsam
- lokale Suche
  - + schnelle Optimierung
  - anfällig für lokale Optima

# Memetische Algorithmen

## Motivation

- populationsbasierte Algorithmen
  - + breites Durchforsten des Suchraums
  - langsam
- lokale Suche
  - + schnelle Optimierung
  - anfällig für lokale Optima

## Grundidee

- Kombination beider Techniken

# Memetische Algorithmen

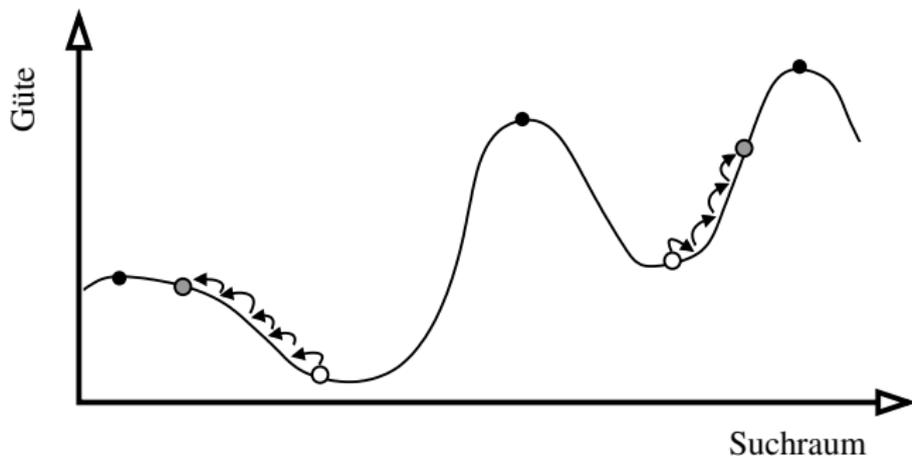
## Herkunft des Namens

- Richard Dawkins: „Meme“ sind Verhaltenselemente, die individuell erworben werden können (im Gegensatz zu Genen)

## Konkretes Vorgehen

- jedes neue Individuum wird sofort lokal optimiert
  - nur wenige Schritte oder
  - bis in das lokale Optimum

# Memetische Algorithmen



## Beispiel: SAGA

Genetischer Algorithmus mit Simulated Annealing

# Memetische Algorithmen

MEMETISCHER-ALGORITHMUS( Bewertungsfunktion  $F$  )

```
1   $t \leftarrow 0$ 
2   $P(t) \leftarrow$  initialisiere Population der Größe  $\mu$ 
3   $P(t) \leftarrow$  LOKALE-SUCHE( $F$ ) für jedes Individuum in  $P(t)$ 
4  bewerte  $P(t)$  durch  $F$ 
5  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
6  do  $\lceil E \leftarrow$  selektiere Eltern für  $\lambda$  Nachkommen aus  $P(t)$ 
7       $P' \leftarrow$  erzeuge Nachkommen durch Rekombination aus  $E$ 
8       $P'' \leftarrow$  mutiere die Individuen in  $P'$ 
9       $P''' \leftarrow$  LOKALE-SUCHE( $F$ ) für jedes Individuum in  $P''$ 
10     bewerte  $P'''$  durch  $F$ 
11      $t \leftarrow t + 1$ 
12      $\lfloor P(t) \leftarrow$  Umweltselektion auf  $P'''$ 
13 return bestes Individuum aus  $P(t)$ 
```

# Memetische Algorithmen

## Eigenschaften

- oft stark beschleunigte Optimierung
- aber: die Suchdynamik kann entscheidend eingeschränkt werden
  - Mutation bleibt oft in breiten lokalen Optima
  - Rekombination hat beschränkte Ausgangssituation
  - Teile des Suchraums sind evtl. unerreichbar
- Arbeitsweise entspricht der Lamarckschen Evolution

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen**
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

# PBIL

## Grundidee

- ein genetischer Algorithmus ohne Population
- stattdessen: nur Populationsstatistik speichern  
⇒ bei  $\mathcal{G} = \mathbb{B}^l$  für alle  $l$  Bits die Häufigkeit der „1“
- konkrete Individuen (z.B. für die Bewertung) werden zufällig gemäß der Häufigkeiten erzeugt

## Operatoren

- Rekombination: uniformer Crossover  
⇒ implizit bei der Erzeugung eines Individuums
- Selektion: Wahl des besten Individuums  
⇒ zur Aktualisierung des Populationsstatistik  
$$Prob_k^{(t)} \leftarrow B_k \cdot \alpha \text{ (Lernrate)} + Prob_k^{(t-1)} \cdot (1 - \alpha)$$
- Mutation: Bitflipping  
⇒ leichte zufällige Verschiebung der Populationsstatistik

## PBIL

PBIL( Bewertungsfunktion  $F$  )

```

1   $t \leftarrow 0$ 
2   $bestInd \leftarrow$  erzeuge ein zufälliges Individuum aus  $\mathcal{G} = \mathbb{B}^l$ 
3   $Prob^{(0)} \leftarrow (0.5, \dots, 0.5) \in [0, 1]^l$ 
4  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
5  do  $\lceil P \leftarrow \langle \rangle$ 
6      for  $i \leftarrow 1, \dots, \lambda$ 
7      do  $\lceil A \leftarrow$  erzeuge Individuum aus  $\mathbb{B}^l$  gemäß  $Prob^{(t)}$ 
8           $\lfloor P \leftarrow P \circ \langle A \rangle$ 
9      bewerte  $P$  durch  $F$ 
10      $\langle B \rangle \leftarrow$  Selektion aus  $P$  mittels BESTEN-SELEKTION
11     if  $F(B) \succ F(bestInd)$ 
12     then  $\lfloor bestInd \leftarrow B$ 
13      $t \leftarrow t + 1$ 
14     for each  $k \in \{1, \dots, l\}$ 
15     do  $\lfloor Prob_k^{(t)} \leftarrow B_k \cdot \alpha$  (Lernrate)  $+ Prob_k^{(t-1)} \cdot (1 - \alpha)$ 
16     for each  $k \in \{1, \dots, l\}$ 
17     do  $\lceil u \leftarrow$  wähle Zufallszahl gemäß  $U((0, 1])$ 
18         if  $u < p_m$  (Mutationswahrscheinlichkeit)
19         then  $\lceil u' \leftarrow$  wähle Zufallszahl gemäß  $U(\{0, 1\})$ 
20          $\lfloor \lfloor \lfloor Prob_k^{(t)} \leftarrow u' \cdot \beta$  (Mutationskonstante)  $+ Prob_k^{(t)} \cdot (1 - \beta)$ 
21 return  $bestInd$ 

```

# PBIL

## Probleme

- genetischer Algorithmus kann Abhängigkeit zwischen einzelnen Bits lernen
- PBIL betrachtet die einzelnen Bits isoliert

## Beispiel

Population 1					Population 2			
1	1	0	0	Individuum 1	1	0	1	0
1	1	0	0	Individuum 2	0	1	1	0
0	0	1	1	Individuum 3	0	1	0	1
0	0	1	1	Individuum 4	1	0	0	1
0.5	0.5	0.5	0.5	Populationsstatistik	0.5	0.5	0.5	0.5

## PBIL

## Lernrate

- niedrig: betont Erforschung
- hoch: betont Feinabstimmung

Parameter	Wertebereich
Populationsgröße $\lambda$ :	20–100
Lernrate $\alpha$ :	0.05–0.2
Mutationsrate $p_m$ :	0.001–0.02
Mutationskonstante $\beta$ :	0.05

## Alternative Verfahren

- bessere Techniken zur Schätzung der Verteilung guter Lösungskandidaten
- insbesondere: interne Abhängigkeiten modellieren – z.B: durch Bayes-Netze
- Beispiel: BOA etc.

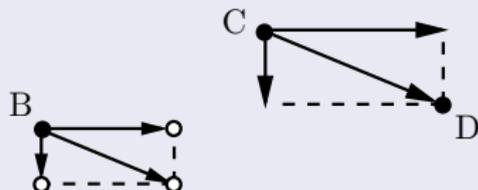
# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution**
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

# Differential evolution

## Idee

- ähnlich zur Evolutionsstrategie
- keine Anpassung der Schrittweite in  $A.S$
- sondern: Relation der Individuen in der Population wird als Grundlage für die Schrittweite herangezogen



# Differenzialevolution

```
DE-OPERATOR( Individuen  $A, B, C, D$  )
1   $index \leftarrow$  wähle Zufallszahl gemäß  $U(\{1, \dots, l\})$ 
2  for each  $i \in \{1, \dots, l\}$ 
3  do  $\lceil u \leftarrow$  wähle Zufallszahl gemäß  $U([0, 1])$ 
4      if  $u \leq \tau$  (Wichtung der Rekombination) oder  $i = index$ 
5      then  $\lceil A'_i \leftarrow B_i + (C_i - D_i) \cdot \alpha$  (Skalierungsfaktor)
6       $\lfloor$  else  $\lceil A'_i \leftarrow A_i$ 
7  return  $A'$ 
```

# Differential evolution

## Details

- DE-Operator: Kombination aus Rekombination und Mutation
- Selektion: ein neues Individuum ersetzt das Elternindividuum genau dann, wenn es besser ist

Parameter	Wertebereich
Populationsgröße $\mu$ :	10–100, $10 \cdot n$
Wichtung der Rekombination $\tau$ :	0.7–0.9
Skalierungsfaktor $\alpha$ :	0.5–1.0

# Differential evolution

DIFFERENTIALEVOLUTION( Bewertungsfunktion  $F$  )

```

1   $t \leftarrow 0$ 
2   $P(t) \leftarrow$  erzeuge Population der Größe  $\mu$ 
3  bewerte  $P(t)$  durch  $F$ 
4  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
5  do  $\lceil P(t+1) \leftarrow \langle \rangle$ 
6      for  $i \leftarrow 1, \dots, \mu$ 
7      do  $\lceil$  repeat  $\lceil A, B, C, D \leftarrow$  selektiere Eltern uniform zufällig aus  $P(t)$ 
8          until  $A, B, C, D$  sind paarweise verschieden
9           $A' \leftarrow$  DE-OPERATOR( $A, B, C, D$ )
10         bewerte  $A'$  durch  $F$ 
11         if  $F(A') \succeq F(A)$ 
12         then  $\lceil P(t+1) \leftarrow P(t+1) \circ \langle A' \rangle$ 
13          $\lceil$  else  $\lceil P(t+1) \leftarrow P(t+1) \circ \langle A \rangle$ 
14      $\lceil t \leftarrow t + 1$ 
15 return bestes Individuum aus  $P(t)$ 

```

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search**
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

# Scatter Search

## Zutaten

- Population mit Lösungskandidaten
- Variationsoperatoren
- Selektionsdruck
- zusätzlich: lokale Suche

# Scatter Search

## Zutaten

- Population mit Lösungskandidaten
- Variationsoperatoren
- Selektionsdruck
- zusätzlich: lokale Suche

## Aber...

- ein deterministisches Verfahren!
- weiträumige Erforschung des Suchraums:
  - breite Initialisierung
  - systematische Erzeugung neuer Individuen

# Scatter Search

## Ablauf

- iterierter Ablauf durch zwei Phasen
  - Erzeugen neuer Individuen und Auswahl derjenigen, die die größte Vielfalt garantieren
  - Rekombinieren aller „Paarungen“ der gewählten Individuen  
Selektion der Besten und Iteration bis sich nichts mehr ändert

## Beispiel

reellwertige Problemräume mit  $\mathcal{G} = \Omega = \mathbb{R}^n$

# Scatter Search

## Phase 1

- Diversitätsgenerator erzeugt  $\mu$  Individuen in  $P$
- Beispiel:
  - pro Suchraumdimension Wertebereich in vier Partitionen
  - Häufigkeit der erzeugten Individuen pro Partition merken
  - Partition invers proportional auswählen
- separat: Population der besten  $\alpha$  Individuen
  - wird um die  $\beta$  Individuen aus  $P$  erweitert, die  $\min_{B \in \text{best}P} d(A.G, B.G)$  maximieren ( $A \in P$ )

# Scatter Search

## Phase 2

- Teilmengengenerator wählt Individuen aus der Menge der Besten aus
- Beispiel: (hier sehr einfach) alle möglichen Paare
- Kombinationsoperator anwenden (Beispiel: arithmetischer Crossover mit  $U([\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}]))$
- anschließend: lokal optimieren
- wenn alle erzeugt: Wahl der  $\alpha + \beta$  Besten
- iterieren solange sich die Menge der Besten ändert
- dann:  $\alpha$  Besten für nächste Phase 1

SCATTER-SEARCH( Bewertungsfunktion  $F$  )

```

1   $bestP = \langle \rangle$ 
2   $P \leftarrow \langle \rangle$ 
3  for  $t \leftarrow 1, \dots, maxIter$ 
4  do  $\lceil$  while  $\#P < \mu$ 
5      do  $\lceil A \leftarrow$  erzeuge ein Individuum mit einem Diversitätsgenerator
6           $A \leftarrow$  LOKALE-SUCHE( $F$ ) angewandt auf  $A$ 
7          bewerte  $A$  durch  $F$ 
8          if  $A \notin P \circ bestP$ 
9               $\lfloor$  then  $\lfloor P \leftarrow P \circ \langle A \rangle$ 
10         if  $t = 1$ 
11             then  $\lceil bestP \leftarrow$  selektiere  $\alpha$  Individuen aus  $P$  mit BESTEN-SELEKTION
12                  $\lfloor P \leftarrow$  streiche Individuen aus  $bestP$  in  $P$ 
13         for  $k \leftarrow 1, \dots, \beta$ 
14             do  $\lceil A \leftarrow$  dasjenige Individuum aus  $P$  das  $\min_{B \in bestP} d(A.G, B.G)$  maximiert
15                  $P \leftarrow$  streiche Individuum  $A$  in  $P$ 
16                  $\lfloor bestP \leftarrow bestP \circ \langle A \rangle$ 
17         repeat  $\lceil P' \leftarrow \langle \rangle$ 
18              $Mengen \leftarrow$  erzeuge Teilmengen von  $bestP$  durch einen Teilmengengenerator
19             for each  $M \in Mengen$ 
20                 do  $\lceil A \leftarrow$  wende einen Kombinationsoperator auf  $M$  an
21                      $A \leftarrow$  LOKALE-SUCHE( $F$ ) angewandt auf  $A$ 
22                     bewerte  $A$  durch  $F$ 
23                     if  $A \notin bestP \cup P'$ 
24                          $\lfloor$  then  $\lfloor P' \leftarrow P' \circ \langle A \rangle$ 
25                          $\lfloor bestP \leftarrow$  selektiere  $\alpha + \beta$  Ind. aus  $bestP \circ P'$  mit BESTEN-SELEKTION
26         until  $bestP$  hat sich nicht geändert
27          $\lfloor bestP \leftarrow$  selektiere  $\alpha$  Individuen aus  $P$  mit BESTEN-SELEKTION
28 return bestes Individuum aus  $bestP$ 

```

# Scatter Search

## Empfohlene Parameter

Parameter	Wertebereich
Populationsgröße $\mu$ :	50–150
Anzahl der besten Individuen $\alpha$ :	5–20
Erweiterung der besten Individuen $\beta$ :	5–20

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen**
- 8 Ameisenkolonien

# Kulturelle Algorithmen

## Motivation

- weiterer Informationsspeicher zusätzlich zur genetischen Ebene
- Kultur bestimmt auf Werten gestütztes Verhalten
- Ebene der Kultur wird in EAs eingeführt

# Kulturelle Algorithmen

## Motivation

- weiterer Informationsspeicher zusätzlich zur genetischen Ebene
- Kultur bestimmt auf Werten gestütztes Verhalten
- Ebene der Kultur wird in EAs eingeführt

## Kollektives kulturelles Wissen

- Speicher: Überzeugungsraum (engl. *belief space*)
- wird durch die besten Individuen einer Generation modifiziert
- situatives und normatives Wissen

# Kulturelle Algorithmen

CULTURAL-ALGORITHM( Bewertungsfunktion  $F$  )

- 1  $t \leftarrow 0$
- 2  $P(t) \leftarrow$  initialisiere die Population
- 3  $\mathcal{BS}(t) \leftarrow$  initialisiere den Überzeugungsraum
- 4 bewerte  $P(t)$  durch  $F$
- 5 **while** Terminierungsbedingung nicht erfüllt
- 6 **do**  $\lceil P' \leftarrow$  bestimme wichtige Individuen aus  $P(t)$
- 7      $\mathcal{BS}(t+1) \leftarrow \mathcal{BS}(t)$  wird durch  $P'$  angepasst
- 8      $P'' \leftarrow$  erzeuge Nachkommen von  $P(t)$  auf der Basis von  $\mathcal{BS}(t+1)$
- 9     bewerte  $P(t)$  durch  $F$
- 10      $t \leftarrow t + 1$
- 11      $\lfloor P(t) \leftarrow$  Selektion aus  $P'(\circ P(t-1))$
- 12 **return** bestes Individuum aus  $P(t)$

# Kulturelle Algorithmen

## Situatives Wissen

- für  $\Omega = \mathbb{R}^n$ : letzten beiden besten Individuen
- Mutation soll sich ggf. in diese Richtung orientieren

## Normatives Wissen

- für  $\Omega = \mathbb{R}^n$ : Ober- und Untergrenze pro Dimension
- größter/kleinster Wert der 20% besten Individuen der letzten Generation ermitteln
- immer: Vergrößerung akzeptieren
- nur bei besserem Gütwert des entsprechenden „Grenzindividuum“: Verkleinerung akzeptieren

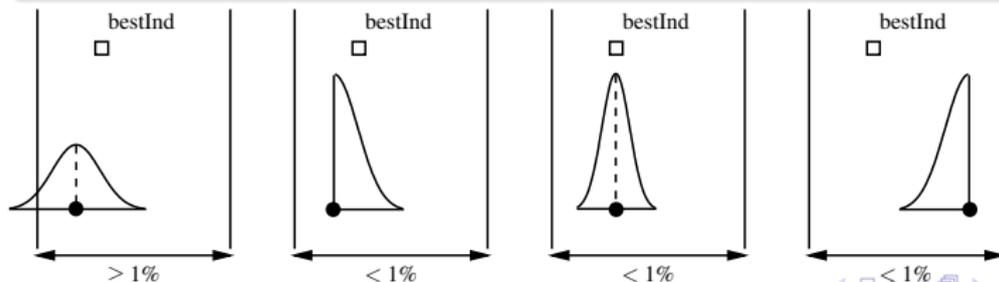
# Kulturelle Algorithmen

## Stabile Suchraumdimension

- wenn Bereich auf  $< 1\%$  eingeschränkt
- und letzte beste Individuen innerhalb

## Mutation

- falls stabil: am besten Individuum orientieren
- sonst: selbstangepasste Schrittweite



# Kulturelle Algorithmen

CA-MUTATION( Individuum  $A$  )

```

1   $u' \leftarrow$  wähle zufällig gemäß  $\mathcal{N}(0, 1)$ 
2  for each  $i \in \{1, \dots, l\}$ 
3  do  $\lceil u''_i \leftarrow$  wähle zufällig gemäß  $\mathcal{N}(0, 1)$ 
4       $B.S_i \leftarrow A.S_i \cdot \exp\left(\frac{1}{\sqrt{2l}} \cdot u' + \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{l}} \cdot u''_i\right)$ 
5       $u \leftarrow$  wähle zufällig gemäß  $\mathcal{N}(0, B.S_i)$ 
6      if  $\mathcal{BS}$  ist stabil für Dimension  $i$ 
7      then  $\lceil$  switch
8          case  $A.G_i < \text{BestInd}.G_i : B.G_i \leftarrow A.G_i + |u|$ 
9          case  $A.G_i > \text{BestInd}.G_i : B.G_i \leftarrow A.G_i - |u|$ 
10          $\lfloor$  case  $A.G_i = \text{BestInd}.G_i : B.G_i \leftarrow A.G_i + \frac{u}{2}$ 
11     else  $\lceil B.G_i \leftarrow A.G_i + u$ 
12      $\lfloor B.G_i \leftarrow \max\{ug_i, \min\{og_i, B.G_i\}\}$ 
13 return  $B$ 

```

# CA für Randbedingungen

## Anpassung der Mutation (1)

- modifizierte Mutation der kulturellen Algorithmen
- regelmäßig werden Bereichsgrenzen für jede Suchraumdimension abgeleitet  
(Minimum und Maximum der 20% besten gültigen Individuen bei Turnierumweltselektion)

# CA für Randbedingungen

## Anpassung der Mutation (2)

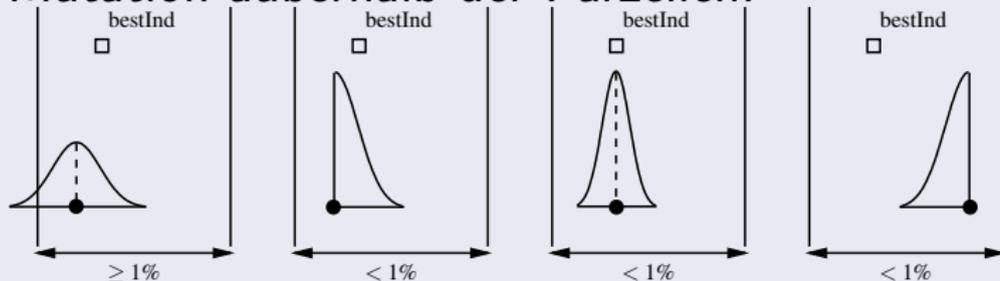
- Einteilung dieser Bereiche in  $s$  gleichlange Abschnitte
- es gibt  $s^n$  Parzellen des Suchraums
- Klassifizierung der Parzellen:

Anzahl gültige Individuen	Anzahl ungültige Individuen	
	= 0	> 0
= 0	unbekannt	ungültig
> 0	gültig	halbgültig

# CA für Randbedingungen

## Anpassung der Mutation (3)

- Mutation außerhalb der Parzellen:



- unbekannte, gültige und halbgültige Parzellen: sehr kleine Mutationsschrittweite
- ungültige Parzellen: Sprung in die nächstgelegene halbgültige (bzw. gültige) Parzelle

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien**
- 9 ...

# Ameisenkolonien

## Motivation

- Insektenkolonien:
  - bewältigen komplexe Aufgabenstellungen
  - ohne zentrale Steuerung
  - mit einfacher Basiskommunikation
- konkret: kürzeste Wege bei Ameisen
  - Weg zur Futterstelle
  - Ameisen hinterlassen Duftstoff Pheromon
  - viel Pheromon  $\Rightarrow$  Weg wird häufiger gewählt
  - kürzere Wege haben größere Frequenz

# Ameisenkolonien

## Idee

- interessant: Probleme deren Lösung ein Weg in einem Graphen ist
- Beispiel: Handlungsreisendenproblem
- $\mu$  Ameisen konstruieren jeweils eine Rundtour

# Ameisenkolonien

## Pheromonerzeugung

- Ameise platziert Pheromon auf Kanten invers zur Tourlänge
- vom alten Pheromonwert „verdunstet“ ein Anteil  $(1 - \alpha)$
- exakt:

$$\tau_{i,j} \leftarrow \alpha \cdot \tau_{i,j} + \sum_{k=1}^{\mu} \text{wert}(A^{(k)}, i, j)$$

$$\text{mit } \text{wert}(A, i, j) = \begin{cases} \frac{1}{A.F} & \text{falls } \langle i, j \rangle \text{ in } A \text{ enthalten} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

# Ameisenkolonien

## Auswahl der nächsten Stadt

- Auswahlwahrscheinlichkeit hängt von zwei Faktoren ab
  - Pheromonmenge auf der Kante
  - inverse Entfernung der durch die Kante verbundenen Städte
- exakt:

$$Pr[v_j | v_i] = \begin{cases} \frac{\tau_{i,j} \cdot (nah_{i,j})^\beta}{\sum_{v_k \in \text{verfügbar}} \tau_{i,k} \cdot (nah_{i,k})^\beta} & \text{falls } v_j \in \text{verfügbar} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- durch einen Regler  $\Theta$  kann die Wahrscheinlichkeit durch deterministische Wahl des Besten ersetzt werden

AMEISENKOLONIE-TSP( Bewertungsfunktion  $F$  (TSP mit  $n$  Städten) )

```

1   $t \leftarrow 0$ 
2   $PM^{(t)} \leftarrow$  initialisiere Pheromon
3  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
4  do  $\lceil$  for  $i \leftarrow 1, \dots, \mu$  (Anzahl der Ameisen)
5      do  $\lceil$   $A^{(i)} \leftarrow \langle 1 \rangle$  (initialisiere neue Ameise)
6           $aktuell \leftarrow 1$ 
7          for  $k \leftarrow 2, \dots, n$ 
8              do  $\lceil$   $u \leftarrow$  wähle Zufallszahl gemäß  $U([0, 1])$ 
9                  if  $u < \theta$  (Regler für Exploration)
10                     then  $\lceil$   $nächster \leftarrow$  wähle Knoten gemäß  $Pr[v_j | aktuell]$ 
11                         else  $\lceil$   $nächster \leftarrow$  Knoten  $j$  mit maximalem  $Pr[v_j | aktuell]$ 
12                              $A^{(i)} \leftarrow A^{(i)} \circ \langle nächster \rangle$ 
13                                  $\lceil$   $aktuell \leftarrow nächster$ 
14                                      $\lceil$  bewerte  $A^{(i)}$  durch  $F$ 
15                              $t \leftarrow t + 1$ 
16                                  $\lceil$   $PM^{(t)} \leftarrow$  aktualisiere  $PM^{(t-1)}$ 
17  return beste gefundene Rundreise

```

# Ameisenkolonien

## Parametereinstellungen

Parameter	Wertebereich
Anzahl der Ameisen $\mu$ :	10
Gewichtung der Entfernung $\beta$ :	2–6
Verdunstungsgrad $\alpha$ :	0.6–0.9
Explorationsregler $\theta$ :	0.2–0.9

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

# Partikelschwärme

## Motivation

- Modellierung sozialer Interaktion
- Verbesserung wird durch Nachahmung und Lernen von anderen Individuen erreicht (statt Selektion)
- Schwarmverhalten von Vögeln/Fischen

## Konkret

- Genotyp  $A.G \in \mathbb{R}^l$
- Zusatzinformationen  
 $A.S = (\nu_1, \dots, \nu_l, B_1, \dots, B_l) \in \mathbb{R}^{2 \cdot l}$  mit
  - Veränderungsvektor  $(\nu_1, \dots, \nu_l)$
  - bester Punkt dieses Individuums  $(B_1, \dots, B_l)$

# Partikelschwärme

## Mutation

- zwei Komponenten in  $A'.G_i = A.G_i + \nu'_i$ 
  - das Bestreben eines Individuums zu seinen Erfolgen zurückzukehren
  - eine Orientierung des Individuums an den besten Erfolgen seiner Nachbarn
- $\nu'_k = \beta \cdot \nu_k^{(i)} + \alpha_1 \cdot u_1 \cdot (B_k^{(i)} - A^{(i)} \cdot G_k) + \alpha_2 \cdot u_2 \cdot (best_k - A^{(i)} \cdot G_k)$ 
  - *best* z.B. aus  $A^{(i-1)}$ ,  $A^{(i)}$  und  $A^{(i+1)}$
  - $u_1, u_2 \sim U([0, 1])$
  - Trägheitsfaktor  $\beta$
  - Einfluss der besten Position  $\alpha_1$
  - Sozialer Faktor  $\alpha_2$

PARTIKELSCHWARM( Bewertungsfunktion  $F$ )

```

1   $t \leftarrow 0$ 
2   $P(t) \leftarrow$  initialisiere die Population der Größe  $\mu$ 
3  bewerte  $P(t)$  durch  $F$ 
4   $best \leftarrow$  Genotyp des besten Individuums in  $P(t)$ 
5  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
6  do  $\lceil P' \leftarrow \langle \rangle$ 
7      for  $i \leftarrow 1, \dots, \mu$ 
8          do  $\lceil$  (sei  $A^{(i)}.S = (\nu_1^{(i)}, \dots, \nu_l^{(i)}, B_1^{(i)}, \dots, B_l^{(i)})$ )
9               $u_1, u_2 \leftarrow$  wähle Zufallszahlen gemäß  $U([0, 1])$ 
10             for each  $k \in \{1, \dots, l\}$ 
11                 do  $\lceil \nu'_k \leftarrow \beta \cdot \nu_k^{(i)} + \alpha_1 \cdot u_1 \cdot (B_k^{(i)} - A^{(i)}.G_k) + \alpha_2 \cdot u_2 \cdot (best_k - A^{(i)}.G_k)$ 
12                 if  $\|(\nu'_1, \dots, \nu'_l)\| > MAX$  (maximale Veränderung)
13                 then  $\lceil (\nu'_1, \dots, \nu'_l) \leftarrow$  skaliere den Veränderungsvektor auf die Länge  $MAX$ 
14                 for each  $k \in \{1, \dots, l\}$ 
15                     do  $\lceil A'.G_k \leftarrow A_k^{(i)} + \nu'_k$ 
16                     bewerte  $A'$  durch  $F$ 
17                     if  $A'.F \succeq B^{(i)}.F$ 
18                         then  $\lceil P' \leftarrow P' \circ \langle (A'_1, \dots, A'_l, \nu'_1, \dots, \nu'_l, B_1^{(i)}, \dots, B_l^{(i)}) \rangle$ 
19                          $\lceil$  else  $\lceil P' \leftarrow P' \circ \langle (A'_1, \dots, A'_l, \nu'_1, \dots, \nu'_l, A_1^{(i)}, \dots, A_l^{(i)}) \rangle$ 
20              $t \leftarrow t + 1$ 
21              $P(t) \leftarrow P'$ 
22          $\lceil best \leftarrow$  Genotyp des besten Individuums in  $P(t)$ 
23 return bestes Individuum aus  $P(t)$ 

```

# Partikelschwärme

## Parameterwerte

Parameter	Wertebereich
Trägheit $\beta$ :	0.8–1.0
kognitiver Faktor $\alpha_1$ :	1.5–2.0
sozialer Faktor $\alpha_2$ :	1.5–2.0
maximale Veränderung $MAX$ :	$og_i - ug_i$
Populationsgröße $\mu$ :	20–60

# Überblick

- 1 Klassifizierende Systeme
- 2 Tabu-Suche
- 3 Memetische Algorithmen
- 4 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 5 Differentialevolution
- 6 Scatter Search
- 7 Kulturelle Algorithmen
- 8 Ameisenkolonien

# Genetischer Algorithmus

**Repräsentation:** klassisch:  $\mathbb{B}^l$  mit fester Länge  $l$ , auch:  $\mathbb{R}^l$  und  $\mathcal{S}_n$ , Dekodierung

**Mutation:** Bitflipping, gleichverteilte reellwertige Mutation, spezielle Permutationsoperatoren

**Rekombination:**  $k$ -Punkt- und uniformer Crossover, arithmetischer Crossover, Ordnungsrekombination

**Selektion:** Elternselektion, fitnessproportional oder Turnirselektion

**Population:** mittelgroße Populationen

**Besonderheiten:** theoretische Grundlage: Schema-Theorem

# Evolutionstrategie

**Repräsentation:**  $\mathbb{R}^l$ , meist gilt Genotyp = Phänotyp,  
zusätzliche Strategieparameter

**Mutation:** Gauss-Mutation, erst Mutation der  
Strategieparameter

**Rekombination:** anfangs keine, später: arithmetischer  
und uniformer Crossover, auch: globale  
Varianten, anderer Operator auf  
Strategieparametern

**Selektion:** Eltern: gleichverteilt, Kinder: Komma- bzw.  
Plus-Selektion

**Population:** eher kleine Populationen, manchmal:  $\mu = 1$

**Besonderheiten:** Selbstadaptation für Schrittweiten

# Evolutionäres Programmieren

**Repräsentation:** anfangs: endlicher Automat, später:  $\mathbb{R}^l$   
mit Strategieparametern

**Mutation:** Modifikation der Zustände und Übergänge in Automaten, Gauss-Mutation, gleichzeitige Mutation der Strategieparameter

**Rekombination:** keine

**Selektion:** anfangs: Plus-Selektion, später: 2-fache  $q$ -stufige Turniererlektion aus Eltern und Kindern

**Population:** mittelgroße Populationen

**Besonderheiten:** Es gilt  $\mu = \lambda$ , Selbstadaptation

# Genetisches Programmieren

**Repräsentation:** Bäume, aber auch lineare Darstellungen variabler Länge

**Mutation:** internes Umhängen oder Modifikation von Teilbäumen

**Rekombination:** Austausch von Teilbäumen

**Selektion:** verschiedene, meist wie genetischer Algorithmus

**Population:** sehr große Populationen

**Besonderheiten:** oft nur ein Operator auf ein Individuum, spezielle Initialisierung, Methoden zur Vermeidung von Introns

# lokale Suche

Repräsentation: beliebig

Mutation: beliebig

Rekombination: keine

Selektion: Verbesserungen immer, Verschlechterungen mit gewisser Wahrscheinlichkeit

Population: ein Individuum

Besonderheiten: zentrales Problem: zu frühe Konvergenz

# Klassifizierendes System

**Repräsentation:** Regel oder Menge an Regeln,  $k$ -är kodiert

**Mutation:** Bitflipping

**Rekombination:**  $k$ -Punkt-Crossover

**Selektion:** fitnessproportional

**Population:** bei Michigan: ausreichend für Komplexität der Aufgabe

**Besonderheiten:** Michigan: Population ist Regelsatz, Pittsburgh: Individuum ist Regelsatz

# Tabu-Suche

Repräsentation: phänotypnah

Mutation: unumkehrbare durch Tabu-Listen

Rekombination: keine

Selektion: bestes Individuum

Population: ein Elter, mehrere Kinder

Besonderheiten: bestes gefundene Individuum wird  
zusätzlich gespeichert

# Memetischer Algorithmus

Repräsentation: beliebig

Mutation: wird mit lokaler Suche verknüpft

Rekombination: beliebig

Selektion: beliebig

Population: beliebig

Besonderheiten: beliebig

# Populationsbasiertes inkrementelles Lernen

Repräsentation:  $\mathbb{B}'$

Mutation: Änderung in der Populationsstatistik

Rekombination: implizit

Selektion: bestes Kindindividuum geht in Statistik ein

Population: wird durch Populationsstatistik ersetzt

Besonderheiten: benötigte Individuum werden aus der Statistik zufällig erzeugt

# Differential evolution

Repräsentation:  $\mathbb{R}'$

Mutation: Mischoperator

Rekombination: Mischoperator

Selektion: Kind ersetzt Elter bei Verbesserung

Population: klein/mittelgroß

Besonderheiten: Mutation nutzt Populationsinformation

# Scatter Search

Repräsentation:  $\mathbb{R}$  und andere

Mutation: keine

Rekombination: Teilmengengenerator und Kombination

Selektion: Selektion der Besten

Population: mittelgroß

Besonderheiten: viele Varianten, deterministisches  
Verfahren

# Kultureller Algorithmus

Repräsentation:  $\mathbb{R}^l$  und andere

Mutation: nutzt Information des Überzeugungsraums

Rekombination: keine

Selektion: Umweltselektion

Population: mittelgroß

Besonderheiten: Überzeugungsraum speichert  
normatives und situationsbezogenes Wissen

# Ameisenkolonie

**Repräsentation:** verschiedene

**Mutation:** jede Ameise konstruiert einen  
Lösungskandidaten

**Rekombination:** keine

**Selektion:** Güte bestimmt Einfluss auf die globale  
Pheromonmenge

**Population:** Anzahl der Ameisen pro Iterationsschritt

**Besonderheiten:** kein EA-Schema, globale  
Pheromonmengen repräsentieren  
Lösungskandidaten ähnlich zur Statistik in  
PBIL

# Partikelschwarm

Repräsentation:  $\mathbb{R}^l$

Mutation: basiert auf Trägheit und Orientierung an den Nachbarn

Rekombination: keine

Selektion: Orientierung am Besten (Population/eigene Historie)

Population: klein/mittelgroß

Besonderheiten: kein EA-Schema, eher: synchrones Durchkämmen des Suchraums